

Conceptos básicos matemáticos y de medición

ESQUEMA DEL CAPÍTULO

Claves de estudio para el estudiante
 Notación matemática
 Sumatoria
 Orden de las operaciones matemáticas
 Escalas de medición
 Escalas nominales
 Escalas ordinales
 Escalas de intervalo
 Escalas de razón o proporción
 Escalas de medición en las ciencias del comportamiento
 Variables continua y discreta
 Límites reales de una variable continua
 Cifras significativas
 Redondeo
 Resumen
 Conceptos importantes
 Preguntas y problemas
 Notas
 Companion Site del libro

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al concluir la lectura de este capítulo, usted deberá ser capaz de:

- Asignar subíndices con el uso de la variable X a un conjunto de números.
- Realizar las operaciones solicitadas por el signo de sumatoria para diversos valores de i y N .
- Especificar las diferencias en operaciones matemáticas entre $(\sum X)^2$ y $\sum X^2$ y calcular cada una.
- Definir y reconocer las cuatro escalas de medición, brindar un ejemplo de cada una y establecer las operaciones matemáticas que son permisibles con cada escala.
- Definir las variables continua y discreta y citar un ejemplo de cada una.
- Determinar los límites reales de una variable continua así como los límites reales de valores obtenidos cuando se mide una variable continua.
- Redondear números con residuos decimales.
- Comprender los ejemplos ilustrativos, realizar los problemas de práctica y entender las soluciones.



CLAVES DE ESTUDIO PARA EL ESTUDIANTE

La estadística no es un tema sencillo: requiere el aprendizaje de complicados conceptos así como hacer cálculos matemáticos. Existen, no obstante, algunos consejos que me gustaría transmitirle y que creo que le serán de gran ayuda para aprender este material. Estos consejos se basan en muchos años de impartir la materia; espero que usted los considere con seriedad.

La mayoría de los estudiantes de las ciencias del comportamiento padecen gran ansiedad ante la perspectiva de tomar un curso de estadística. Sin minimizar la dificultad de la materia, gran parte de esta ansiedad es innecesaria. A fin de aprender el material contenido en este libro, usted no tiene que ser un mago en cálculo o en ecuaciones diferenciales. Me he esforzado mucho por presentar el material de manera que los estudiantes no inclinados hacia las matemáticas puedan comprenderlo. Sin embargo, no me es posible eliminar por completo las matemáticas. Para tener éxito, usted debe ser capaz de hacer operaciones de álgebra elemental y algunos otros cálculos matemáticos. A propósito de ayudarlo a revisar tales temas, he incluido el apéndice A, el cual cubre los conocimientos matemáticos necesarios. Usted debe estudiar ese material y asegurarse de que puede resolver los problemas que contiene. Si usted tiene dificultades con esos problemas, podría resultarle útil revisar el tema en un libro de texto básico de álgebra elemental.

Otro factor del cual usted debe estar consciente es que se utilizan muchos símbolos en estadística. Por ejemplo, para designar la media de un conjunto muestral de puntajes, debemos utilizar el símbolo \bar{X} (se lee “X con barra”). Con frecuencia, los estudiantes hacen que el material sea más complicado de lo necesario al no aprenderse bien lo que representan los símbolos. Usted puede evitarse tanta angustia con sólo tomar en serio los símbolos. Trátelos como si fueran vocabulario de una lengua extranjera: memorícelos y sea capaz de manejarlos a nivel conceptual. Por ejemplo, si el texto indica \bar{X} , el concepto “media muestral” debe acudir a su mente.

También es importante percatarse de que el material en estadística es acumulativo. No se permita quedarse atrás. Si lo hace, tampoco comprenderá el material nuevo. La situación puede convertirse en una bola de nieve y, antes de darse cuenta, puede quedar irremediablemente retrasado. Recuerde, haga todo lo posible por mantenerse al corriente con el material.

Por último, mi experiencia indica que gran parte de la comprensión de la estadística proviene de resolver gran cantidad de problemas. Con mucha frecuencia, un problema bien vale mil palabras. A menudo, a pesar de que el texto esté bien redactado, el material no llamará su atención sino hasta que usted haya resuelto los problemas asociados con el tema. Por lo tanto, resuelva gran cantidad de problemas y, después, lea de nuevo el material para asegurarse de comprenderlo.

En resumen, creo que, si usted puede manejar el álgebra elemental, se esmera en el aprendizaje de los símbolos y en el estudio del texto, se mantiene al corriente con el material y resuelve numerosos problemas, obtendrá buenos resultados. Lo crea o no, cuando comience a experimentar la elegancia y la diversión inherentes a la estadística, incluso podrá llegar a disfrutarla.

CONSEJO DEL MAESTRO

Si usted memoriza los símbolos y no se retrasa en las asignaciones, descubrirá que este material es mucho más fácil de aprender.



NOTACIÓN MATEMÁTICA

En estadística, por lo regular, manejamos grupos de datos que resultan de la medición de una o más variables. Con mucha frecuencia, los datos se derivan de muestras y, en ocasiones, de poblaciones. Para propósitos matemáticos, resulta útil permitir que los símbolos representen las variables medidas en el estudio. A lo

tabla 2.1 Edad de seis sujetos.

Número del sujeto	Símbolo de puntaje	Valor del puntaje, edad (años)
1	X_1	8
2	X_2	10
3	X_3	7
4	X_4	6
5	X_5	10
6	X_6	12

largo de este texto utilizaremos la letra mayúscula X , y a veces la Y , para representar la(s) variable(s) medida(s). Por consiguiente, si medimos la edad de los sujetos, haremos que la X represente la variable “edad”. Cuando la variable adopta muchos valores, es importante distinguir uno de otro. Hacemos esto al agregar subíndices a X . Este proceso se ilustra en la tabla 2.1.

En este ejemplo, la variable “edad” está representada por el símbolo X . También definimos que N represente el número de puntajes en la distribución. En este ejemplo, $N = 6$. Cada uno de los seis puntajes representa un valor específico de X . Distinguimos un puntaje de los restantes mediante la asignación de un subíndice de X que corresponde al número del sujeto que tiene el valor específico. Por lo tanto, el símbolo del puntaje X_1 corresponde al valor de puntaje 8; X_2 , al valor de puntaje 10; X_3 , al valor 7; X_4 , a 6; X_5 , a 10 y X_6 , a 12. En general, podemos referirnos a un solo puntaje en la distribución X como X_i en la cual i puede tomar cualquier valor de 1 a N según el puntaje que deseemos designar. Para resumir:

- ♦ X o Y representan la variable medida.
- ♦ N simboliza el número total de sujetos o puntajes.
- ♦ X_i es el i -ésimo puntaje, en donde i puede variar de 1 a N .



SUMATORIA

Una de las operaciones más frecuentes que se realizan en estadística es sumar todos o parte de los puntajes en una distribución. Dado que resulta extraño escribir “la suma de todos los puntajes”, cada vez que se requiere esta operación, en particular en ecuaciones, se utiliza, en cambio, una abreviación simbólica. La letra mayúscula griega *sigma* (Σ) indica la operación de sumatoria. El enunciado algebraico empleado para la sumatoria es

$$\sum_{i=1}^N X_i$$

Lo anterior se lee así: “la suma de la variable X de $i = 1$ hasta N ”. Las notaciones arriba y debajo del signo de la sumatoria designan cuáles puntajes incluir en la sumatoria. El término debajo del signo de sumatoria nos indica el primer puntaje en la sumatoria y el término sobre el signo de sumatoria, el último puntaje. Este enunciado, entonces, indica que vamos a sumar los puntajes de X desde el primero hasta el N -ésimo. Por lo tanto,

$$\sum_{i=1}^N X_i = X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_N \quad \text{ecuación de la sumatoria}$$

Aplicado a los datos de edad de la tabla previa,

$$\sum_{i=1}^N X_i = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6$$

$$= 8 + 10 + 7 + 6 + 10 + 12 = 53$$

Cuando la sumatoria es de todos los puntajes (de 1 a N), el enunciado de sumatoria en sí mismo, con frecuencia, se abrevia por medio de la omisión de las notaciones superior e inferior al signo de sumatoria así como al omitir el subíndice i . Por consiguiente,

$$\sum_{i=1}^N X_i \text{ a menudo se escribe } \Sigma X.$$

En el ejemplo previo,

$$\Sigma X = 53$$

Esto indica que la suma de todos los puntajes de X es 53.

Note que no es necesario que la sumatoria sea de 1 a N . Por ejemplo, quizá deseemos sumar sólo los puntajes segundo, tercero, cuarto y quinto. Recuerde, la notación debajo del signo de sumatoria nos indica con cuál comenzar a sumar, y el término sobre el signo nos indica en cuál detenernos. Por lo tanto, para indicar la operación de sumar el segundo, tercero, cuarto y quinto puntajes, utilizaremos

el símbolo $\sum_{i=2}^5 X_i$. Para los datos de edad anteriores,

$$\sum_{i=2}^5 X_i = X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 10 + 7 + 6 + 10 = 33$$

Practiquemos algunos problemas de sumatorias.

Problema de práctica 2.1

a) Para los siguientes puntajes, encuentre $\sum_{i=1}^N X_i$:

X : 6, 8, 13, 15

$$\Sigma X = 6 + 8 + 13 + 15 = 42$$

X : 4, -10, -2, 20, 25, 8

$$\Sigma X = 4 - 10 - 2 + 20 + 25 + 8 = 45$$

X : 1.2, 3.5, 0.8, 4.5, 6.1

$$\Sigma X = 1.2 + 3.5 + 0.8 + 4.5 + 6.1 = 16.1$$

b) Para los siguientes puntajes, encuentre $\sum_{i=1}^3 X_i$:

$$X_1 = 10, X_2 = 12, X_3 = 13, X_4 = 18$$

$$\sum_{i=1}^3 X_i = 10 + 12 + 13 = 35$$

(continúa)

c) Para los siguientes puntajes, encuentre $\sum_{i=2}^4 X_i + 3$:

$$X_1 = 20, X_2 = 24, X_3 = 25, X_4 = 28, X_5 = 30, X_6 = 31$$

$$\sum_{i=2}^4 X_i + 3 = (24 + 25 + 28) + 3 = 80$$

d) Para los siguientes puntajes, encuentre $\sum_{i=2}^4 (X_i + 3)$:

$$X_1 = 20, X_2 = 24, X_3 = 25, X_4 = 28, X_5 = 30, X_6 = 31$$

$$\sum_{i=2}^4 (X_i + 3) = (24 + 3) + (25 + 3) + (28 + 3) = 86$$

Existen dos sumatorias más que encontraremos con frecuencia posteriormente en el libro: $\sum X^2$ y $(\sum X)^2$. A pesar de que parecen semejantes, son distintas, y, por lo general, arrojan diferentes resultados. El símbolo $\sum X^2$ (suma de los puntajes de X al cuadrado) indica que primero debemos calcular el cuadrado de los puntajes de X y luego sumarlos. Así,

$$\sum X^2 = X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + \dots + X_N^2$$

Dados los puntajes $X_1 = 3, X_2 = 5, X_3 = 8$ y $X_4 = 9$,

$$\sum X^2 = 3^2 + 5^2 + 8^2 + 9^2 = 179$$

El símbolo $(\sum X)^2$ (la suma de los puntajes de X , cuya cantidad se eleva al cuadrado) indica que primero debemos sumar los puntajes de X y luego calcular el cuadrado de la suma resultante. Por lo tanto,

$$(\sum X)^2 = (X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N)^2$$

Para los puntajes previos, es decir, $X_1 = 3, X_2 = 5, X_3 = 8$ y $X_4 = 9$,

$$(\sum X)^2 = (3 + 5 + 8 + 9)^2 = (25)^2 = 625$$

Note que $\sum X^2 \neq (\sum X)^2$ ($179 \neq 625$). La confusión entre $\sum X^2$ y $(\sum X)^2$ es un error común entre los estudiantes, en particular, cuando calculan la desviación estándar. Volveremos a este punto cuando analicemos la desviación estándar en el capítulo 4.*

CONSEJO DEL MAESTRO

Precaución: asegúrese de conocer la diferencia entre $\sum X^2$ y $(\sum X)^2$ y de poder calcular ambas expresiones.

Orden de las operaciones matemáticas

Como, sin duda, usted habrá notado al comprender la diferencia entre $\sum X^2$ y $(\sum X)^2$, el orden en el cual realiza las operaciones matemáticas puede establecer una gran diferencia en el resultado. Desde luego, usted debe apegarse al orden indicado por los símbolos en la expresión matemática o la ecuación. Esto es algo que se enseña en álgebra elemental. Sin embargo, dado que muchos estudiantes no aprenden esto cuando estudian esa materia o lo han olvidado al paso de los años, aquí he decidido incluir un breve repaso.

*Si lo desea, consulte la nota 2.1 al final de este capítulo sobre reglas adicionales de la sumatoria.

**CONSEJO
DEL MAESTRO**

Si su álgebra es un poco añeja,
consulte el apéndice A,
*Revisión de matemáticas
necesarias*, p. 517.

Las operaciones matemáticas deben calcularse en el siguiente orden:

1. Siempre resuelva primero lo que está entre paréntesis; por ejemplo, $(\Sigma X)^2$ indica que usted debe sumar primero los puntajes de X y luego calcular el cuadrado del resultado. Otro ejemplo que muestra la prioridad dada a los datos entre paréntesis es el siguiente: $2(5 + 8) = 2(13) = 26$
2. Si la operación matemática es la sumatoria (Σ), calcule la sumatoria al final, a menos que el paréntesis indique lo contrario. Por ejemplo, ΣX^2 indica que usted debe calcular primero el cuadrado de cada puntaje de X y luego sumar los valores al cuadrado. $(\Sigma X)^2$ indica que usted debe sumar primero los puntajes de X y, una vez hecho, elevar el resultado al cuadrado. Esto se debe al orden impuesto por el paréntesis.
3. Si se especifica multiplicación y suma o resta, la multiplicación debe hacerse primero, a menos que el paréntesis indique lo contrario. Por ejemplo,

$$4 \times 5 + 2 = 20 + 2 = 22$$

$$6 \times (4 + 3) \times 2 = 6 \times 7 \times 2 = 84$$

$$6 \times (14 - 12) \times 3 = 6 \times 2 \times 3 = 36$$

4. Si se especifica división y suma, la división debe hacerse primero, a menos que el paréntesis indique lo contrario. Por ejemplo,

$$12 \div 4 + 2 = 3 + 2 = 5$$

$$12 \div (4 + 2) = 12 \div 6 = 2$$

$$12 \div 4 - 2 = 3 - 2 = 1$$

$$12 \div (4 - 2) = 12 \div 2 = 6$$

5. El orden en el cual se suman los números no cambia el resultado. Por ejemplo,

$$6 + 4 + 11 = 4 + 6 + 11 = 11 + 6 + 4$$

$$6 + (-3) + 2 = -3 + 6 + 2 = 2 + 6 + (-3) = 5$$

6. El orden en el cual se multiplican las cantidades no altera el resultado. Por ejemplo,

$$3 \times 5 \times 8 = 8 \times 5 \times 3 = 5 \times 8 \times 3 = 120$$

**ESCALAS DE MEDICIÓN**

Dado que la estadística trabaja con datos que son resultado de mediciones, necesitamos invertir un poco de tiempo en discutir las escalas de medición. Este tema reviste particular importancia porque el tipo de escala de medición empleada para recopilar los datos ayuda a determinar cuál prueba de inferencia estadística se utilizará para analizar los datos. En términos teóricos, una escala de medición puede tener uno o más de los siguientes atributos matemáticos: magnitud, un intervalo igual entre unidades adyacentes y un punto cero absoluto. Por lo regular, encontramos cuatro tipos de escalas en las ciencias del comportamiento: *nominal*, *ordinal*, *de intervalo* y *de razón o proporción*. Éstas difieren una de otra en el número de atributos matemáticos que poseen.

CONSEJO DEL MAESTRO

Cuando utilice una escala nominal, no puede realizar operaciones de suma, resta, multiplicación, división o proporciones.

Escalas nominales

Una *escala nominal* es el nivel más bajo de medición y, con frecuencia, se utiliza con variables que son de naturaleza cualitativa, en lugar de cuantitativa. Entre los ejemplos de variables cualitativas se incluyen marcas de zapatos deportivos para correr, clases de frutas, tipos de música, días del mes, nacionalidad, preferencias religiosas y color de los ojos. Cuando se utiliza una escala nominal, la variable es dividida en varias categorías. Estas comprenden las “unidades” de la escala y los objetos son “medidos” al determinar la categoría a la cual pertenecen. Por lo tanto, la medición con una escala nominal en realidad se limita a clasificar los objetos y a asignarles el nombre (de allí lo de *escala nominal*) de la categoría a la cual pertenecen.

Para ejemplificar, si usted es corredor, es probable que se interese en las diferentes marcas disponibles de zapatos deportivos para correr (como Brooks, Nike, Adidas, Saucony y New Balance, por nombrar sólo algunas). Los zapatos deportivos para correr son importantes porque, al correr, cada zapato golpea el suelo alrededor de 800 veces por milla. En una carrera de cinco millas, son 4 000 golpes. Si usted pesa 125 libras recibe un impacto total de 300 toneladas en cada pie durante una carrera de cinco millas: es mucho peso. No es de extrañar que los corredores sean en extremo cuidadosos al seleccionar su calzado.

La variable “marca de zapatos deportivos para correr” es una variable cualitativa: se mide mediante una escala nominal. Las diferentes marcas mencionadas aquí representan algunas de las posibles categorías (unidades) de esta escala. Si tenemos un grupo de zapatos deportivos para correr y deseamos medirlos con el uso de esta escala, tomaríamos cada uno y determinaríamos a cuál marca pertenece. Es importante señalar que, dado que las unidades de una escala nominal son categorías, no existe relación de magnitud entre las unidades de una escala nominal. Por lo tanto, no existe una relación cuantitativa entre las categorías Nike y Brooks: la primera no es una marca superior o inferior de zapatos deportivos para correr que la segunda; sólo son distintas. El punto se vuelve aún más claro si nombráramos la categoría de zapatos deportivos para correr 1 y la categoría de zapatos deportivos para correr 2, en vez de Nike y Brooks. Aquí, los números 1 y 2 en realidad sólo son nombres y no mantienen una relación de magnitud entre sí.

Una propiedad fundamental de las escalas nominales es la *equivalencia*. Con este término, nos referimos a que todos los miembros de determinada clase son lo mismo desde el punto de vista de la variable de clasificación. Por ende, todos los pares de zapatos deportivos para correr Nike son considerados iguales desde el punto de vista de “marca de zapatos deportivos para correr”, a pesar de que puedan estar presentes diferentes tipos de zapatos deportivos Nike para correr.

Una operación que se realiza con frecuencia y en conjunto con la medición nominal es contar los ejemplares de cada clase. Por ejemplo, si tuviéramos una pila de zapatos deportivos para correr y determináramos la marca de cada zapato, haríamos una medición nominal. Además, quizá deseemos contar el número de pares de zapatos de cada categoría. Por consiguiente, podríamos descubrir que hay 20 pares de Nike, 19 pares de Saucony y 6 pares de New Balance. Estas frecuencias nos permiten comparar una con otra la cantidad de pares de zapatos en cada categoría. Esta comparación cuantitativa de números dentro de cada categoría no debe confundirse con la afirmación hecha antes de que no existe relación de magnitud entre las unidades de una escala nominal. Podemos comparar cuantitativamente la cantidad de zapatos Nike con la de zapatos Saucony, pero Nike no es marca superior ni inferior de zapatos deportivos para correr que Saucony. Por lo tanto, una escala nominal no posee ninguno de los atributos matemáticos de magnitud, intervalo igual o punto cero absoluto. Sólo permite una clasificación de objetos en categorías mutuamente excluyentes.

CONSEJO DEL MAESTRO

Cuando utilice una escala ordinal, usted no puede realizar operaciones de suma, resta, multiplicación, división o proporciones.

Escalas ordinales

Una *escala ordinal* representa el siguiente nivel de medición. Posee un nivel relativamente bajo de la propiedad de magnitud. Con una escala ordinal, ordenamos los objetos a ser medidos según posean más, menos o la misma cantidad de la variable que se mide. Así, una escala ordinal permite determinar si $A > B$, $A = B$ o $A < B$.

Un ejemplo de una escala ordinal es el rango que ordena a los cinco primeros lugares en un concurso de oratoria de acuerdo con su capacidad de discurso. Entre estos participantes, se juzgó que el individuo con el rango número 1 es mejor que el número 2 cuyo desempeño a su vez se juzgó mejor que el del número 3. Se juzgó que el individuo número 3 tuvo un mejor desempeño que el número 4 y éste, a su vez, fue mejor que el individuo del lugar número 5. Es importante notar que, a pesar de que esta escala permite realizar comparaciones de más que, igual o menos que, no indica nada acerca de la magnitud de la diferencia entre unidades adyacentes en la escala. En este ejemplo, la diferencia en la capacidad de discurso entre los individuos con los rangos 1 y 2 puede ser amplia y la diferencia entre el individuo 2 y el 3, pequeña. Por consiguiente, una escala ordinal no tiene la propiedad de intervalos iguales entre unidades adyacentes. Más aún, dado que lo único que tenemos son rangos relativos, la escala no indica el nivel absoluto de la variable. Así pues, los cinco primeros lugares del concurso de oratoria podrían gozar de un nivel muy alto de capacidad de discurso o un nivel bajo del mismo. No podemos obtener esa información a partir de una escala ordinal.

Otros ejemplos de escalas ordinales son el rango de corredores en la Maratón de Boston de acuerdo con su orden de llegada, el rango de equipos de fútbol según su mérito de acuerdo con la prensa, el rango que ordena a los profesores de acuerdo con su capacidad didáctica y el rango que ordena a los estudiantes según su nivel de motivación.

Escalas de intervalo

La *escala de intervalo* representa un nivel más alto de medición que la escala ordinal. Posee las propiedades de magnitud e intervalo igual entre unidades adyacentes, pero no cuenta con un punto cero absoluto. Por lo tanto, la escala de intervalo goza de las propiedades de la escala ordinal y cuenta con intervalos iguales entre unidades adyacentes. La frase "intervalos iguales entre unidades adyacentes" significa que existen cantidades iguales de la variable que se mide entre unidades adyacentes en la escala.

La escala Celsius de medición de temperatura es un buen ejemplo de la escala de intervalo. Tiene la propiedad de intervalos iguales entre unidades adyacentes, pero no cuenta con un punto cero absoluto. La propiedad de los intervalos iguales se demuestra con el hecho de que determinado cambio en el calor causará el mismo cambio en la lectura de la temperatura en la escala, sin importar en dónde ocurra dicho cambio. Por lo tanto, la cantidad adicional de calor que causará que la lectura de temperatura cambie de 2° a 3° Celsius también provocará que la lectura varíe de 51° a 52° o de 105° a 106° Celsius. Esto ilustra el hecho de que cantidades iguales de calor se indican entre unidades adyacentes a lo largo de la escala.

Dado que con una escala de intervalo hay cantidades iguales de la variable entre unidades adyacentes de la escala, las diferencias iguales entre los números de la escala representan diferencias iguales en la magnitud de la variable. Por consiguiente, podemos señalar que la diferencia en calor es la misma entre 78° y 75° Celsius que entre 24° y 21° Celsius. También es lógico suponer que las diferencias más grandes entre los números en la escala representen diferencias mayores en la magnitud de la variable que se mide, y que las diferencias menores entre los números de la escala representan diferencias menores en la magnitud

**CONSEJO
DEL MAESTRO**

Cuando utiliza una escala de intervalo, usted puede realizar operaciones de suma y resta. No puede hacer multiplicaciones, divisiones ni proporciones.

**CONSEJO
DEL MAESTRO**

Cuando utiliza una escala de proporción, usted puede efectuar todas las operaciones matemáticas.

de la variable que se mide. Por ende, la diferencia de calor entre 80° y 65° Celsius es mayor que entre 18° y 15° Celsius, y la diferencia en calor entre 93° y 91° Celsius es menor que entre 48° y 40° Celsius. A la luz de la exposición previa podemos ver que, además de determinar que $A = B$, $A > B$ o $A < B$, una escala de intervalo nos permite establecer si $A - B = C - D$, $A - B > C - D$ o $A - B < C - D$.

Escala de razón o proporción

El siguiente y más alto nivel de medición se llama *escala de razón o proporción*. Goza de todas las propiedades de una escala de intervalo y, además, cuenta con un punto cero absoluto. Sin éste no es legítimo calcular proporciones con las lecturas de la escala. Dado que la escala de proporción tiene un punto cero absoluto, las proporciones son posibles (de allí el nombre de escala de *proporción*).

Un buen ejemplo para ilustrar la diferencia entre escalas de intervalo y de proporción es comparar la escala Celsius con la escala Kelvin de temperatura. El cero en la escala Kelvin es cero absoluto (la completa ausencia de calor). El cero en la escala Celsius es la temperatura a la cual se congela el agua: es un punto cero arbitrario que en realidad ocurre a 273° Kelvin. La Celsius es una escala de intervalo y la Kelvin, una escala de proporción. La diferencia en calor entre 8° y 9° es la misma que entre 99° y 100°, tanto en la escala Celsius como en la Kelvin. Sin embargo, no podemos calcular proporciones con la escala Celsius. Una lectura de 20° Celsius no es el doble de calor de 10° Celsius. Esto puede advertirse al convertir las lecturas Celsius en el calor real que representan. En términos de calor real, 20° Celsius en realidad son 293° (273° + 20°) y 10° Celsius de hecho son 283° (273° + 10°). Es obvio que 293° no es el doble de 283°. Dado que la escala Kelvin posee un punto cero absoluto, una lectura de 20° en ésta representa el doble de calor que 10°. Por lo tanto, las proporciones son permisibles con la escala Kelvin.

Entre otros ejemplos de variables medidas con escalas de proporción se incluyen el tiempo de reacción, la longitud, el peso, la edad y la frecuencia de cualquier evento, así como el número de pares de zapatos deportivos Nike contenidos en la pila, el cual discutimos antes. Con una escala de proporción, usted puede elaborar proporciones y realizar todas las demás operaciones matemáticas que, por lo regular, se asocian con números (es decir, suma, resta, multiplicación y división). Las cuatro escalas de medición y sus características se resumen en la figura 2.1.

**ESCALAS DE MEDICIÓN EN LAS CIENCIAS
DEL COMPORTAMIENTO**

En las ciencias del comportamiento, muchas de las escalas utilizadas son tratadas con frecuencia como si fueran de intervalos sin establecer con claridad que la escala en realidad no posee intervalos iguales entre unidades adyacentes. Las mediciones de coeficiente intelectual (CI), variables emocionales como la ansiedad y la depresión, las variables de personalidad (p. e., autosuficiencia, introversión, extroversión y dominio), variables de excelencia al final del curso o de logro, variables de actitud, etc., corresponden a esta categoría. Con todas estas variables, resulta claro que las escalas no son de proporción. Por ejemplo, con el CI, si un individuo obtiene cero en la Escala Weschler de Inteligencia para Adultos (mejor conocida como WAIS, por sus siglas en inglés), no concluiríamos que tiene cero inteligencia. Es presumible que descubriéramos que dicho individuo pudo responder a algunas preguntas que quizá indicaran un CI mayor que cero. Por consiguiente, la WAIS no tiene un punto cero absoluto y las proporciones no son adecuadas. Entonces, no es correcto indicar que una persona con CI de 140 es el doble de inteligente que una persona con CI de 70.





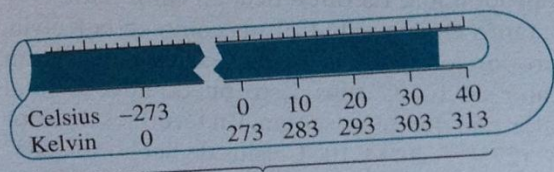
Nominal

Las unidades de la escala son categorías. Los objetos se miden mediante la determinación de la categoría a la cual pertenecen. No existe relación de magnitud entre las categorías.



Ordinal

Posee la propiedad de magnitud. Puede ordenar en rangos los objetos según si poseen más, menos o la misma cantidad de la variable que se mide. Por lo tanto, puede determinar si $A > B$, $A = B$, $A < B$. No puede determinar cuán mayor o menor es A respecto a B en el atributo que se mide.



Intervalo y proporción

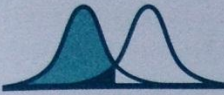
Intervalo: posee las propiedades de magnitud e intervalos iguales entre unidades adyacentes. Puede tomar las mismas determinaciones que con la escala ordinal; pero además puede determinar si $A - B = C - D$, $A - B > C - D$ o $A - B < C - D$.

Proporción: cuenta con las propiedades de magnitud, intervalo igual entre unidades adyacentes y un punto cero absoluto. Pueden calcularse todas las operaciones matemáticas por lo regular asociadas con números, proporciones inclusive.

figura 2.1 Escalas de medición y sus características.

Por otra parte, tal parece que podemos hacer mucho más que sólo especificar un rango para ordenar los individuos. Alguien con CI de 100 es más cercano en inteligencia a una persona con CI de 110 que a otra persona con CI de 60. Esto parece ser una escala de intervalo, pero resulta difícil establecer que la escala en realidad posee intervalos *iguales* entre unidades adyacentes. Muchos investigadores consideran estas variables como si fueran medidas en escalas de intervalo, en especial, cuando el instrumento de medición está bien estandarizado, como la WAIS. Resulta más polémico considerar que las escalas estandarizadas de manera deficiente que miden variables psicológicas sean escalas de intervalo. Este tema surge en particular en la estadística inferencial, en la cual el nivel de la escala puede influir en la selección de la prueba a ser utilizada para el análisis de los datos. Existen dos escuelas de pensamiento: la primera afirma que ciertas pruebas, como la t de Student y el análisis de varianza, deben limitar su empleo a datos que pertenecen a escalas de intervalo o de proporción. La segunda escuela disiente de la primera y asevera que estas pruebas también pueden ser utilizadas con datos nominales y ordinales. El tema, sin embargo, es demasiado escabroso para tratarlo aquí.*

*El lector interesado puede consultar N. H. Anderson, "Scales and Statistics: Parametric and Nonparametric", *Psychological Bulletin*, 58 (1961), 305-316; F. M. Lord, "On the Statistical Treatment of Football Numbers", *American Psychologist*, 8 (1953), 750-751; W. L. Hays, *Statistics for the Social Sciences*, 2a. ed., Holt, Rinehart y Winston, Nueva York, 1973, pp. 87-90; S. Siegel, *Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences*, McGraw-Hill, Nueva York, 1956, pp. 18-20; y S. S. Stevens, "Mathematics, Measurement, and Psychophysics", en *Handbook of Experimental Psychology*, S. S. Stevens, ed., Wiley, Nueva York, 1951, pp. 23-30.



VARIABLES CONTINUA Y DISCRETA

En el capítulo 1, definimos variable como una propiedad o característica de algo que puede aceptar más de un valor. También distinguimos la variable independiente de la dependiente. Además, las variables pueden ser continuas o discretas:

definiciones

- Una **variable continua** es aquella que en teoría puede adoptar un número infinito de valores entre unidades adyacentes en la escala.
- Una **variable discreta** es aquella en la cual no existen valores posibles entre unidades adyacentes en la escala.

El peso, la altura y el tiempo son ejemplos de variables continuas. Con cada una de estas variables existe, en potencia, un número infinito de valores entre unidades adyacentes. Si medimos el tiempo y la unidad más pequeña en el reloj que utilizamos es un segundo, entre uno y dos segundos existe un número infinito de valores posibles: 1.1 segundos, 1.01 segundos, 1.001 segundos, etc. El mismo argumento puede aplicarse al peso y la altura.

Este no es el caso con una variable discreta. “La cantidad de hijos en una familia” es un ejemplo de una variable discreta. Aquí, la unidad de medida más pequeña es un hijo y no existen valores posibles entre uno o dos hijos, dos o tres hijos, etc. La característica de una variable discreta es que ésta cambia en cantidades fijas, sin valores intermedios posibles. Entre otros ejemplos, se incluyen “el número de estudiantes en su clase”, “la cantidad de profesores en su universidad” y “el número de citas que usted tuvo el mes pasado”.

Límites reales de una variable continua

Dado que una variable continua puede tener un número infinito de valores entre unidades adyacentes en la escala, todas las mediciones tomadas en una variable continua son *aproximadas*. Utilicemos el peso para ilustrar este punto. Suponga que comenzó a hacer dieta ayer ya que es primavera, casi verano, y que el clima adecuado para el traje de baño está a la vuelta de la esquina. En cualquier caso, usted se pesó ayer por la mañana y su peso fue señalado por la inmóvil aguja de la báscula de la figura 2.2. Imagine que la báscula que se muestra tiene una precisión limitada entre las libras. El peso que usted registra es 180 libras. Esta mañana, cuando usted se pesó después de un día de ayuno, el resultado fue marcado por la aguja punteada. En esta ocasión, ¿qué peso reporta usted? Como buen humanista, sabemos que le gustaría registrar 179 libras, pero como científico en ciernes se busca la *verdad* a toda costa: usted registró 180 libras otra vez. ¿Cuándo estaría usted justificado para registrar 179 libras? Cuando la aguja se encuentre debajo del punto medio entre 179 y 180 libras. De igual manera, usted aún registraría 180 libras si la flecha se encontrara más allá del 180, pero debajo del punto medio entre 180 y 181 libras. Por lo tanto, cada vez que registremos el peso de 180 libras, no necesariamente queremos decir que se trata de 180 libras exactas, sino que el peso se encuentra entre 180 ± 0.5 libras. No conocemos el valor exacto del peso, pero estamos seguros de que se encuentra en el rango entre 179.5 y 180.5 libras. Este rango especifica los límites reales del peso de 180 libras. El valor 179.5 se llama *límite real inferior* y el valor 180.5 es el *límite real superior*.

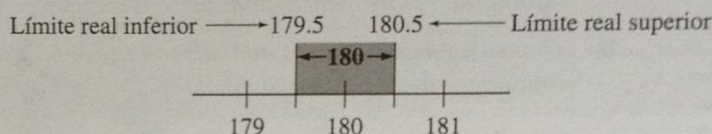
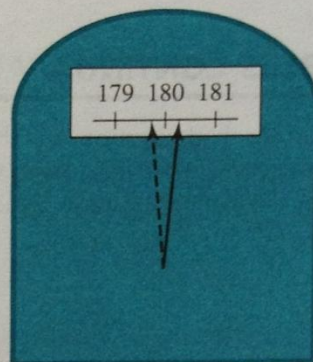


figura 2.2 Límites reales de una variable continua.

definición

■ Los **límites reales de una variable continua** son aquellos valores que están por arriba o por debajo del valor registrado por la mitad de la unidad menor de medición de la escala.

Para ilustrar lo anterior, si la variable es el peso, la unidad mínima es una libra. Si registramos 180 libras, los límites reales están a media libra, por encima y por debajo, de las 180 libras por media libra. Por lo tanto, los límites reales son 179.5 y 180.5 libras.* Si la unidad mínima fuera 0.1 libras en lugar de una libra y registráramos 180.0 libras, entonces los límites reales serían $180 \pm \frac{1}{2}(0.1)$ o 179.95 y 180.05.

Cifras significativas

En estadística, analizamos datos y tal análisis implica la realización de cálculos matemáticos. Con frecuencia, terminamos con un residuo decimal (p. e., después de hacer una división). Cuando esto sucede, necesitamos decidir cuántos decimales tendrá ese residuo.

En las ciencias físicas, por lo regular, seguimos la práctica de conservar el mismo número de cifras significativas que se encuentran en los datos en bruto. Por ejemplo, si medimos el peso de cinco sujetos con tres cifras significativas (173, 156, 162, 165 y 175 libras) y calculamos el promedio de esos pesos, nuestra respuesta también deberá contener sólo tres cifras significativas. Por consiguiente,

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N} = \frac{173 + 156 + 162 + 165 + 175}{5} = \frac{831}{5} = 166.2 = 166$$

*En realidad, los límites reales son 179.500000... y 180.499999..., pero no es necesario ser tan precisos aquí.

La respuesta de 166.2 sería redondeada a tres cifras significativas y daría una respuesta final de 166 libras. Por varias razones, este procedimiento no se ha seguido en las ciencias del comportamiento. En lugar de ello, se ha desarrollado una tradición en la cual la mayoría de los valores finales se reportan con dos o tres decimales en lugar de con el número de cifras significativas en los datos en bruto. Dado que este texto es para aplicarse a las ciencias del comportamiento, hemos decidido continuar dicha tradición. Así, en este texto, reportaremos la mayoría de nuestras respuestas finales con dos decimales, aunque habrá excepciones ocasionales. Por ejemplo, los coeficientes de correlación y de regresión tienen tres decimales y mostramos los valores de probabilidad con cuatro decimales, acordes con la tradición. *Una práctica estándar es efectuar todas las operaciones intermedias con dos o más decimales que los que se reportarán en la respuesta final.* Por lo tanto, cuando se solicite que la respuesta final tenga dos decimales, usted debe realizar los cálculos intermedios con cuando menos cuatro decimales y redondear la respuesta final a dos decimales.

Redondeo

Dado que deberemos informar nuestras respuestas finales con dos y a veces tres o cuatro decimales, necesitamos decidir cómo determinaremos cuál valor deberá tener el último dígito. Por fortuna, las reglas a seguir son bastante simples y directas:

1. Divida el número que usted desea redondear en dos partes: la respuesta potencial y el residuo. La respuesta potencial es el número original que se extiende a través del número deseado de decimales. El residuo es lo restante del número.
2. Coloque un punto decimal frente al primer dígito del residuo para crear un residuo decimal.
3. Si el residuo decimal es mayor que $\frac{1}{2}$, agregue 1 al último dígito de la respuesta.
4. Si el residuo decimal es menor que $\frac{1}{2}$, no cambie el último dígito de la respuesta.
5. Si el residuo decimal es igual a $\frac{1}{2}$, agregue 1 al último dígito de la respuesta en caso de que sea un número impar; pero, si es par, no lo cambie.

Practiquemos con algunos ejemplos. Redondee los números en la columna de la izquierda de la tabla 2.2 a dos decimales.

tabla 2.2 Redondeo.

Número	Respuesta; residuo	Residuo decimal	Respuesta final	Razón
34.01350	34.01;350	0.350	34.01	El residuo decimal es menor que $\frac{1}{2}$.
34.01761	34.01;761	0.761	34.02	El residuo decimal es mayor que $\frac{1}{2}$.
45.04500	45.04;500	0.500	45.04	El residuo decimal es igual a $\frac{1}{2}$ y el último dígito es par.
45.05500	45.05;500	0.500	45.06	El residuo decimal es igual a $\frac{1}{2}$ y el último dígito es impar.

CONSEJO DEL MAESTRO

Precaución: a menudo, los estudiantes tienen problemas cuando el residuo es $\frac{1}{2}$. Asegúrese de que pueda resolver problemas de este tipo (vea la regla 5 y los dos últimos renglones de la tabla 2.2).

Para lograr el redondeo, el número se divide en dos partes: la respuesta potencial y el residuo. Dado que redondeamos a dos decimales, la respuesta potencial termina al final del segundo decimal. El resto del número constituye el residuo. Para el primer número, 34.01350, 34.01 constituye la respuesta potencial y 0.350 es el residuo. Dado que 0.350 es menor que $\frac{1}{2}$, el último dígito de la respuesta potencial no cambia y la respuesta final es 34.01. Para el segundo número, 34.01761, el residuo decimal (0.761) es mayor que $\frac{1}{2}$. Por lo tanto, debemos agregar 1 al último dígito y la respuesta final es 34.02. Para los siguientes dos números, 1 al último dígito y la respuesta final es 34.02. Para los siguientes dos números, el residuo decimal es igual a $\frac{1}{2}$. El número 45.04500 se convierte en 45.04 porque el último dígito de la respuesta potencial es par. El número 45.05500 se convierte en 45.06 ya que el último dígito es impar.

■ RESUMEN

En este capítulo, he discutido conceptos básicos matemáticos y de medición. Los temas cubiertos fueron notación, sumatoria, escalas de medición, variables discreta y continua, y redondeo. Además, señalé que, para tener éxito con la estadística, usted no necesita

ser un mago en las matemáticas. Si usted cuenta con sólidos conocimientos de álgebra elemental, resuelve muchos problemas, presta especial atención a los símbolos y se mantiene al corriente, logrará una comprensión total del material.

■ CONCEPTOS IMPORTANTES

Escala de intervalo (p. 32)

Escala de razón o proporción (p. 33)

Escala nominal (p. 31)

Escala ordinal (p. 32)

Límites reales de una variable continua (p. 35)

Sumatoria (p. 27)

Variable continua (p. 35)

Variable discreta (p. 35)

■ PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. Defina y cite un ejemplo de cada uno de los términos en la sección "Conceptos importantes".
2. Identifique cuál de los siguientes conceptos representa una variable continua y cuáles una variable discreta:
 - a) Hora del día.
 - b) Cantidad de mujeres en la clase.
 - c) Número de veces en que una rata en una caja de Skinner presiona una palanca.
 - d) Edad de los sujetos en un experimento.
 - e) Cantidad de palabras recordadas.
 - f) Peso de la comida ingerida.
 - g) Porcentaje de estudiantes en su clase que son mujeres.
 - h) Velocidad de los corredores en una competencia.
3. Identifique la escala de cada una de las siguientes variables:
 - a) Cantidad de bicicletas utilizadas por los alumnos de la clase de primer año.
 - b) Tipo de bicicletas utilizadas por los alumnos de la clase de primer año.
 - c) El CI de sus profesores (suponga que existe una escala de intervalo igual).
 - d) Dominio de las matemáticas en categorías de deficiente, regular y bueno.
 - e) Ansiedad por hablar en público calificada en una escala de 0 a 100 (suponga que la diferencia de ansiedad entre unidades adyacentes a lo largo de la escala no es la misma).
 - f) El peso de un grupo de personas a dieta.
 - g) El tiempo que toma reaccionar al sonido de un tono.
 - h) Dominio de las matemáticas calificado en una escala de 0 a 100. La escala está bien estandarizada y puede suponerse que tiene intervalos iguales entre unidades adyacentes.
 - i) Calificaciones de los profesores por los alumnos en una escala de 50 puntos. Existen bases insuficientes para suponer que existen intervalos iguales entre unidades adyacentes.

4. Un estudiante mide la seguridad en uno mismo con una escala de intervalo. ¿Es correcto señalar que un puntaje de 30 en la escala representa la mitad de seguridad en uno mismo que un puntaje de 60? Explique sus motivos.
5. Para cada uno de los siguientes conjuntos de puntajes, encuentre

$$\sum_{i=1}^N X_i$$

- a) 2, 4, 5, 7
 b) 2.1, 3.2, 3.6, 5.0, 7.2
 c) 11, 14, 18, 22, 25, 28, 30
 d) 110, 112, 115, 120, 133
6. Redondee los siguientes números a dos decimales:
 a) 14.53670
 b) 25.26231
 c) 37.83500
 d) 46.50499
 e) 52.46500
 f) 25.48501
7. Determine los límites reales de los siguientes valores:
 a) 10 libras (suponga que la unidad mínima de medición es una libra).
 b) 2.5 segundos (suponga que la unidad mínima de medición es 0.1 segundo).
 c) 100 gramos (suponga que la unidad mínima de medición es 10 gramos).
 d) 2.01 centímetros (suponga que la unidad mínima de medición es 0.01 centímetros).
 e) 5.232 segundos (suponga que la unidad mínima de medición es 1 milisegundo).
8. Encuentre los valores de las expresiones enlistadas a continuación:

a) Encuentre $\sum_{i=1}^4 X_i$ para los puntajes $X_1 = 3$, $X_2 = 5$, $X_3 = 7$, $X_4 = 10$.

b) Encuentre $\sum_{i=1}^6 X_i$ para los puntajes $X_1 = 2$, $X_2 = 3$, $X_3 = 4$, $X_4 = 6$, $X_5 = 9$, $X_6 = 11$, $X_7 = 14$.

c) Encuentre $\sum_{i=2}^N X_i$ para los puntajes $X_1 = 10$, $X_2 = 12$, $X_3 = 13$, $X_4 = 15$, $X_5 = 18$.

d) Encuentre $\sum_{i=3}^{N-1} X_i$ para los puntajes $X_1 = 22$, $X_2 = 24$, $X_3 = 28$, $X_4 = 35$, $X_5 = 38$, $X_6 = 40$.

9. En un experimento para medir los tiempos de reacción de ocho sujetos, se obtuvieron los siguientes puntajes en milisegundos:

Sujeto	Tiempo de reacción
1	250
2	378
3	451
4	275
5	225
6	430
7	325
8	334

- a) Si X representa la variable de tiempo de reacción, asigne a cada uno de los puntajes su símbolo X_i apropiado.
 b) Calcule $\sum X$ para estos datos.
10. Represente cada una de las siguientes expresiones con la notación de sumatoria. Suponga que el número total de puntajes es 10.
 a) $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + \cdots + X_{10}$
 b) $X_1 + X_2 + X_3$
 c) $X_2 + X_3 + X_4$
 d) $X_2^2 + X_3^2 + X_4^2 + X_5^2$
11. Redondee los siguientes números a un decimal:
 a) 1.423
 b) 23.250
 c) 100.750
 d) 41.652
 e) 35.348
12. Para cada uno de los conjuntos de puntajes dados en los problemas 5b y 5c, demuestre que $\sum X^2 \neq (\sum X)^2$.
13. Dados los puntajes $X_1 = 3$, $X_2 = 4$, $X_3 = 7$ y $X_4 = 12$, encuentre los valores de las siguientes expresiones. (Esta pregunta se relaciona con la nota 2.1.)
 a) $\sum_{i=1}^N (X_i + 2)$
 b) $\sum_{i=1}^N (X_i - 3)$
 c) $\sum_{i=1}^N (2X_i)$
 d) $\sum_{i=1}^N (X_i/4)$
14. Redondee cada uno de los siguientes números a uno y a dos decimales.
 a) 4.1482
 b) 4.1501
 c) 4.1650
 d) 4.1950

■ NOTAS

2.1 Muchos textos presentan una discusión sobre reglas adicionales de la sumatoria, como la sumatoria de una variable más una constante, la sumatoria de una variable por una constante, etc. Dado que este conocimiento no es necesario para comprender el material de este libro, no lo he incluido en el cuerpo principal, pero lo presento aquí. El conocimiento de las reglas de la sumatoria puede resultar útil como antecedente para los cursos de estadística que se imparten a nivel universitario.

Regla 1 La suma de los valores de una variable más una constante equivale a la suma de los valores de la variable más N multiplicada por la constante. En forma de ecuación,

$$\sum_{i=1}^N (X_i + a) = \sum_{i=1}^N X_i + Na$$

Puede verse la validez de esta ecuación a partir de la siguiente y simple demostración algebraica:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N (X_i + a) &= (X_1 + a) + (X_2 + a) + (X_3 + a) \\ &\quad + \dots + (X_N + a) \\ &= (X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N) \\ &\quad + (a + a + a + \dots + a) \\ &= \sum_{i=1}^N X_i + Na \end{aligned}$$

Para ilustrar el uso de esta ecuación, suponga que deseamos encontrar la suma de los siguientes puntajes con una constante igual a 3 agregada a cada puntaje:

X : 4, 6, 8, 9

$$\sum_{i=1}^N (X_i + 3) = \sum_{i=1}^N X_i + Na = 27 + 4(3) = 39$$

Regla 2 La suma de los valores de una variable menos una constante es igual a la suma de los valores de la variable menos N veces la constante. En forma de ecuación,

$$\sum_{i=1}^N (X_i - a) = \sum_{i=1}^N X_i - Na$$

La demostración algebraica de esta ecuación es como sigue:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N (X_i - a) &= (X_1 - a) + (X_2 - a) + (X_3 - a) \\ &\quad + \dots + (X_N - a) \\ &= (X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N) \\ &\quad + (-a - a - a - a - \dots - a) \\ &= \sum_{i=1}^N X_i - Na \end{aligned}$$

Para ilustrar el uso de esta ecuación, suponga que deseamos encontrar la suma de los siguientes puntajes con una constante igual a 2 que se resta a cada uno:

X : 3, 5, 6, 10

$$\sum_{i=1}^N (X_i - 2) = \sum_{i=1}^N X_i - Na = 24 - 4(2) = 16$$

Regla 3 La suma de una constante multiplicada por el valor de una variable es igual a la constante multiplicada por la suma de los valores de la variable. En forma de ecuación,

$$\sum_{i=1}^N aX_i = a \sum_{i=1}^N X_i$$

La validez de esta ecuación se muestra aquí:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N aX_i &= aX_1 + aX_2 + aX_3 + \dots + aX_N \\ &= a(X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N) \\ &= a \sum_{i=1}^N X_i \end{aligned}$$

Para ilustrar el uso de esta ecuación, suponga que deseamos determinar la suma de la constante 4 multiplicada por cada uno de los siguientes puntajes:

X : 2, 5, 7, 8, 12

$$\sum_{i=1}^N 4X_i = 4 \sum_{i=1}^N X_i = 4(34) = 136$$

Regla 4 La suma de una constante dividida entre los valores de una variable es igual a la constante dividida entre la suma de los valores de la variable. En forma de ecuación,

$$\sum_{i=1}^N \frac{X_i}{a} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{a}$$

La validez de esta ecuación se muestra aquí:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \frac{X_i}{a} &= \frac{X_1}{a} + \frac{X_2}{a} + \frac{X_3}{a} + \dots + \frac{X_N}{a} \\ &= \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N}{a} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{a} \end{aligned}$$

Una vez más, resolvamos un ejemplo para ilustrar el uso de esta ecuación. Suponga que queremos encontrar la suma de los siguientes puntajes divididos entre 4:

X: 3, 4, 7, 10, 11

$$\sum_{i=1}^N \frac{X_i}{4} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{4} = \frac{35}{4} = 8.75$$



COMPANION SITE DEL LIBRO

Para tener acceso al material en el Companion Site del libro, ingrese a www.cengage.com/psychology/pagano y elija "Companion Site" en la sección **Student**. El Companion Site del libro contiene el siguiente material:

- Esquema del capítulo
- Conozca y sea capaz de hacer
- Tarjetas didácticas para revisión de conceptos
- Cuestionario tutorial
- Solución de problemas con SPSS
- Talleres estadísticos
- Y más

ENHANCED

WebAssign

Los problemas incluidos en este capítulo, así como los tutoriales interactivos para resolver problemas, pueden ser asignados en línea en Enhanced WebAssign.